Modelado analítico de un motor DC
2024-2025

Entregable 1
SOLUCIÓN

20 de febrero de 2025

Fecha límite: 19 de febrero de 2025 - 8:59
Contribución: 10 %
Modalidad: Individual

Enunciado:

1. **Modelar analíticamente el Motor-DC del TeleLabo**.

   a) Obtener la función de transferencia del motor utilizando las hojas de características del fabricante que se proporcionan en la web de la asignatura (A-max 32 - 24 V) (75 %).
   La Tabla 1 recoge las características del motor A-max 32 - 24 V.

Parámetro	Valor	Unidades
U_N	24	V
R_m	4.13	Ω
L_m	555	μH
J_m	45	$g\,cm^2$
t_m	15	ms
$1/k_b$	271	rpm/V
k_m	35.2	mNm/A
I_0	42.7	mA
n_0	6460	rpm

Cuadro 1: Características del fabricante.

Con esta información puede calcularse la constante eléctrica del motor t_e utilizando la relación

$$t_e = \frac{L_m}{R_m} \tag{0.1}$$

obteniendo $t_e = 134.38\mu s$. Como vemos $t_e \ll t_m$.
Será necesario expresar todos estos parámetros en las mismas unidades. Utilizaremos el SI de unidades como se muestra en la Tabla 2.

Parámetro	Valor	Unidades
R_m	4.13	Ω
L_m	5.55×10^{-4}	H
J_m	4.5×10^{-6}	$kg\, m^2$
t_m	1.5×10^{-2}	s
t_e	1.3438×10^{-4}	s
k_b	3.523×10^{-2}	$V\, s/rad$
k_m	3.52×10^{-2}	Nm/A
I_0	0.0427	A
n_0	676.49	rad/s

Cuadro 2: Características del fabricante en el Sistema Internacional de unidades.

Podemos observar que las constantes del par y de la fuerza contraelectromotriz mantienen una ligera desviación, debida a redondeos en las hojas de características: $k_m \approx k_b$.
Puede ahora estimarse el coeficiente de fricción viscosa, B_m, con cualquiera de los métodos descritos en los apuntes de la asignatura.

- Utilizando la ecuación de la constante de tiempo mecánica, t_m, dada por:

$$B_m = \frac{J_m}{t_m} - \frac{k_b k_m}{R_m} = -3.25 \times 10^{-7}\, Nms \tag{0.2}$$

  Claramente B_m no puede ser inferior a 0, por lo que este valor no tiene sentido físico.

- Utilizando la ecuación de la corriente del motor sin carga, I_0, dada por:

$$B_m = \frac{k_m I_0}{\dot{\theta}_{mN}} = 2.22 \times 10^{-6}\, Nms \tag{0.3}$$

Observamos que existe un problema de redondeo en las hojas de características.
En estas circunstancias el coeficiente de fricción viscosa que usaremos es el de $B_m = 2.22 \times 10^{-6}$ Nms.
Entonces se puede obtener con la expresión

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_e} + \frac{1}{t'_m}\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{t_e} - \frac{1}{t'_m}\right)^2 - 4\frac{k_m k_b}{J_m L_m}} \tag{0.4}$$

donde $t'_m = \dfrac{J_m}{B_m}$, que los polos del motor, utilizando el valor de $B_m = 2.22 \times 10^{-6}$, son

$$p_1 = -7374.09$$
$$p_2 = -67.85$$

El polo dominante es p_2 que además cumple que $|p_2| \ll |p_1|$.
Calculando K_m con la expresión dada por

$$K'_m = \frac{k_m}{J_m L_m} \tag{0.5}$$

el modelo del motor con los dos polos tiene la forma

$$\boxed{G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{14094094.09}{(s + 7374.09)(s + 67.85)}} \tag{0.6}$$

b) Simplificar la función de transferencia por cualesquiera de los métodos que se muestran en los apuntes (25 %).

Utilizando el método de simplificación de eliminación de la constante eléctrica del motor, se obtiene $p_m = -66.67$ habiendo utilizado la expresión:

$$s = -p_m = -\frac{R_m B_m + k_b k_m}{R_m J_m} = -\frac{1}{t_m} \tag{0.7}$$

El modelo simplificado debe cumplir la condición de que la ganancia a bajas frecuencias es la misma:

$$\boxed{G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{K_m}{s + p_m}} \tag{0.8}$$

En consecuencia:

$$\boxed{G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{1878.06}{s + 66.67}} \tag{0.9}$$

Utilizando el modelo simplificado del motor por el método de eliminación del polo no dominante.

$$\boxed{G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{1911.3}{s + 67.85}} \tag{0.10}$$