



Modelado



Sistemas Electrónicos de Control

Álvaro Gutiérrez
5 de febrero de 2025

a.gutierrez@upm.es

www.robolabo.etsit.upm.es



Índice

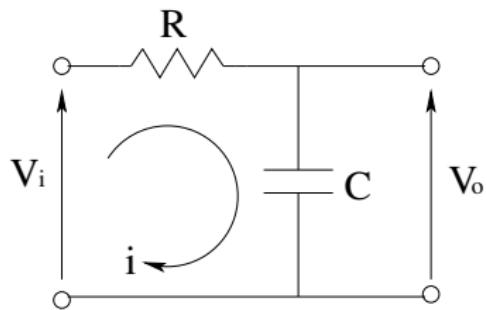
- ① Introducción
- ② Modelado analítico motor DC
- ③ Modelado experimental motor DC
- ④ Reallabo
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes
 - Implementación RealLabo

-
- 1 Introducción
 - 2 Modelado analítico motor DC
 - 3 Modelado experimental motor DC
 - 4 Reallabo
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes
 - Implementación RealLabo

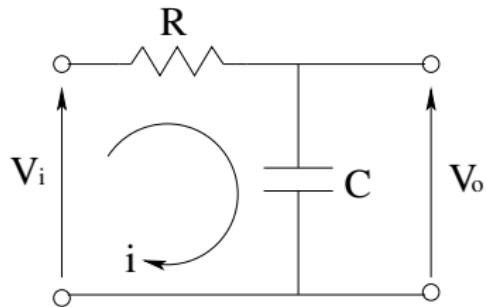
Introducción

- ▶ Es necesario modelar sistemas dinámicos y analizar sus características
- ▶ Un **modelo matemático** de un sistema dinámico se define como un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica del sistema
- ▶ Pueden existir varios modelos para un mismo sistema
- ▶ Los sistemas dinámicos se describen mediante ecuaciones diferenciales
- ▶ Un buen modelo es una de las partes más importantes del análisis

Sistemas electrónicos



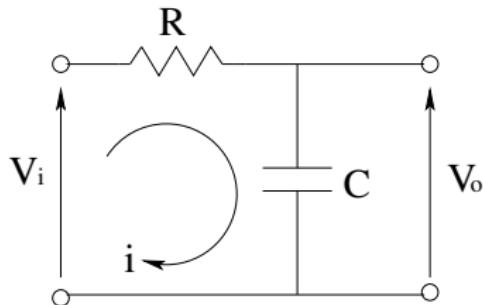
Sistemas electrónicos



$$i = \frac{V_i - V_o}{R}$$

$$V_o = \frac{1}{C} \int i dt$$

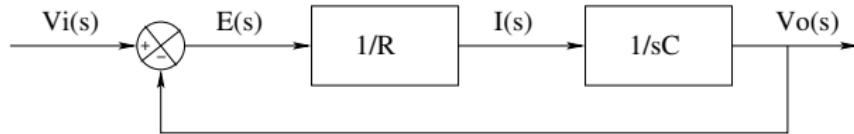
Sistemas electrónicos



$$i = \frac{V_i - V_o}{R}$$

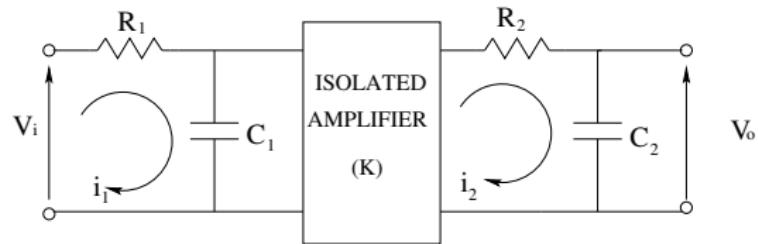
$$V_o = \frac{1}{C} \int i dt$$

$$I(s) = \frac{V_i(s) - V_o(s)}{R}; \quad V_o(s) = \frac{I(s)}{sC}$$

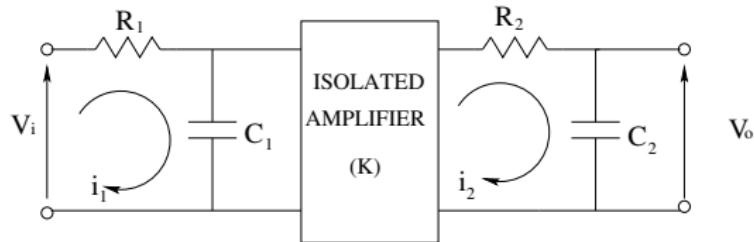


$$G(s) = \frac{1}{1 + sRC}$$

Sistemas aislados



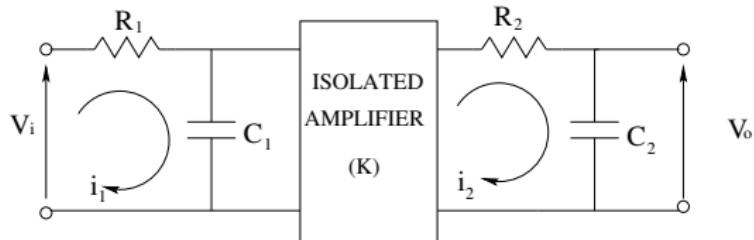
Sistemas aislados



$$G_1(s) = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{R_2 C_2 s + 1}$$

Sistemas aislados



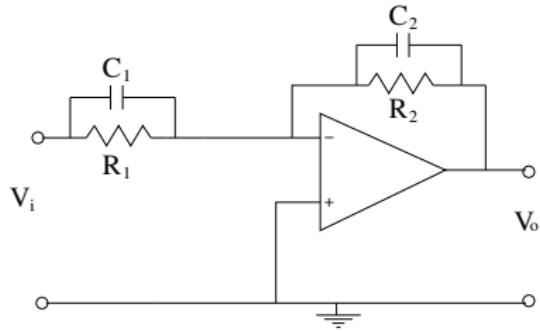
$$G_1(s) = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{R_2 C_2 s + 1}$$

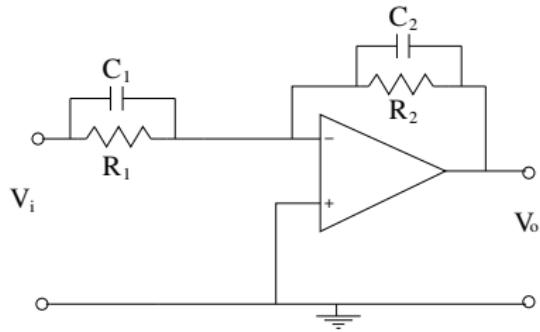
► Función de transferencia

$$G(s) = G_1(s) K G_2(s) = \frac{K}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}$$

Amplificador operacional ideal



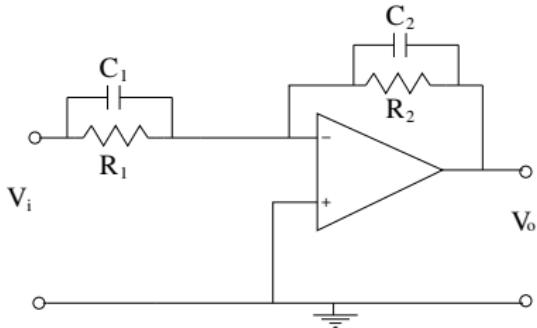
Amplificador operacional ideal



$$Z_1(s) = \frac{R_1}{1 + sR_1C_1}$$

$$Z_2(s) = \frac{R_2}{1 + sR_2C_2}$$

Amplificador operacional ideal



$$Z_1(s) = \frac{R_1}{1 + sR_1C_1}$$

$$Z_2(s) = \frac{R_2}{1 + sR_2C_2}$$

► Función de transferencia

$$G(s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1}$$

¿Otros sistemas?



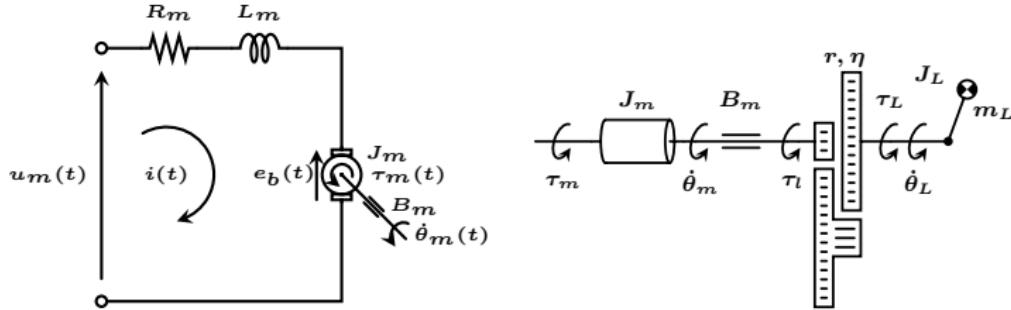
¿Otros sistemas?



¡¡Trabajaremos con un motor!!

-
- 1 Introducción
 - 2 Modelado analítico motor DC
 - 3 Modelado experimental motor DC
 - 4 Reallabo
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes
 - Implementación RealLabo

Motor DC



- Ecuación eléctrica: $u_m(t) = R_m i(t) + L_m \frac{di(t)}{dt} + e_b(t)$
- Ecuación mecánica: $\tau_m(t) = J_m \ddot{\theta}_m(t) + \tau_l(t) + \tau_f(t)$



Motor DC

-
- ▶ Ecuación eléctrica: $u_m(t) = R_m i(t) + L_m \frac{di(t)}{dt} + e_b(t)$
 - ▶ Ecuación mecánica: $\tau_m(t) = J_m \ddot{\theta}_m(t) + \tau_l(t) + \tau_f(t)$

Motor DC

- Ecuación eléctrica: $u_m(t) = R_m i(t) + L_m \frac{di(t)}{dt} + e_b(t)$
- Ecuación mecánica: $\tau_m(t) = J_m \ddot{\theta}_m(t) + \tau_l(t) + \tau_f(t)$
Simplificando: $\tau_m(t) = J_m \ddot{\theta}_m(t) + B_m \dot{\theta}_m(t) + \tau_c(t)$

Relaciones de acople electromecánico ($k_b = k_m$):

- Cte de la fuerza contraelectromotriz (k_b) $\rightarrow e_b = k_b \dot{\theta}_m(t)$
- Cte de par (k_m) $\rightarrow \tau_m = k_m i(t)$

Simplificando ($\tau_c(t) = 0$):

- $u_m(t) = R_m i(t) + L_m \frac{di(t)}{dt} + k_b \dot{\theta}_m(t)$
- $k_m i(t) = J_m \ddot{\theta}_m(t) + B_m \dot{\theta}_m(t)$

Despejando y calculando la transformada de Laplace:

$$G_{\dot{\theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_m s + B_m)(L_m s + R_m) + k_b k_m}$$

Motor DC

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_ms + B_m)(L_ms + R_m) + k_bk_m}$$

Ganancia a bajas frecuencias \leftrightarrow Constante de velocidad (k_n)

Motor DC

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_ms + B_m)(L_ms + R_m) + k_bk_m}$$

Ganancia a bajas frecuencias \leftrightarrow Constante de velocidad (k_n)

$$k_n = G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m}{B_mR_m + k_bk_m}$$

Velocidad angular nominal del motor sin carga

Motor DC

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_ms + B_m)(L_ms + R_m) + k_bk_m}$$

Ganancia a bajas frecuencias \leftrightarrow Constante de velocidad (k_n)

$$k_n = G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m}{B_mR_m + k_bk_m}$$

Velocidad angular nominal del motor sin carga

$$\dot{\theta}_{mN} = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{\dot{\Theta}_m}(s) \frac{U_N}{s} = U_N G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m U_N}{B_m R_m + k_b k_m}$$

Constante de tiempo eléctrica (t_e)

Motor DC

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_ms + B_m)(L_ms + R_m) + k_bk_m}$$

Ganancia a bajas frecuencias \leftrightarrow Constante de velocidad (k_n)

$$k_n = G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m}{B_mR_m + k_bk_m}$$

Velocidad angular nominal del motor sin carga

$$\dot{\theta}_{mN} = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{\dot{\Theta}_m}(s) \frac{U_N}{s} = U_N G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m U_N}{B_m R_m + k_b k_m}$$

Constante de tiempo eléctrica (t_e)

$$t_e = \frac{L_m}{R_m}$$

Motor DC

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_ms + B_m)(L_ms + R_m) + k_bk_m}$$

Ganancia a bajas frecuencias \leftrightarrow Constante de velocidad (k_n)

$$k_n = G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m}{B_mR_m + k_bk_m}$$

Velocidad angular nominal del motor sin carga

$$\dot{\theta}_{mN} = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{\dot{\Theta}_m}(s) \frac{U_N}{s} = U_N G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m U_N}{B_m R_m + k_b k_m}$$

Constante de tiempo eléctrica (t_e)

$$t_e = \frac{L_m}{R_m}$$

Constante de tiempo mecánica (t_m)

Motor DC

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_ms + B_m)(L_ms + R_m) + k_bk_m}$$

Ganancia a bajas frecuencias \leftrightarrow Constante de velocidad (k_n)

$$k_n = G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m}{B_mR_m + k_bk_m}$$

Velocidad angular nominal del motor sin carga

$$\dot{\theta}_{mN} = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{\dot{\Theta}_m}(s) \frac{U_N}{s} = U_N G_{\dot{\Theta}_m}(0) = \frac{k_m U_N}{B_m R_m + k_b k_m}$$

Constante de tiempo eléctrica (t_e)

$$t_e = \frac{L_m}{R_m}$$

Constante de tiempo mecánica (t_m)

$$t_m = \frac{R_m J_m}{R_m B_m + k_b k_m}$$

Motor DC

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_ms + B_m)(L_ms + R_m) + k_bk_m}$$

Polos:

Motor DC

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{k_m}{(J_ms + B_m)(L_ms + R_m) + k_bk_m}$$

Polos:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_e} + \frac{1}{t'_m} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{t_e} - \frac{1}{t'_m} \right)^2 - 4 \frac{k_m k_b}{J_m L_m}}$$

donde $t'_m = \frac{J_m}{B_m}$

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{K'_m}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

donde $K'_m = \frac{k_m}{J_m L_m}$



Motor DC - Simplificación

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{K'_m}{(s - p_1)(s - p_2)} \longleftrightarrow G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{K}{s + p}$$



Motor DC - Simplificación

$$G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{K'_m}{(s - p_1)(s - p_2)} \longleftrightarrow G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{K}{s + p}$$

Representación:

$$\ddot{\theta}_m(t) + p\dot{\theta}_m(t) = Ku_m(t)$$

Solución para un escalón de amplitud A:

$$\dot{\theta}_m(t) = \frac{AK}{p} (1 - e^{-pt}), \quad t \geq 0$$



Entregable E1

- **Fecha límite:** 19 de febrero de 2025 - 8:59
- **Contribución:** 10 %
- **Modalidad:** Individual

Modelar analíticamente el Motor-DC del TeleLabo.

1. Obtener la función de transferencia del motor utilizando las hojas de características del fabricante que se proporcionan en la web de la asignatura (A_{max} 32 - 24 V) (75 %).
2. Simplificar la función de transferencia por cualesquiera de los métodos que se muestran en los apuntes (25 %).

Entrega. Se debe entregar un fichero pdf a través de la plataforma Moodle. El archivo debe seguir la siguiente nomenclatura: <Nombre><Apellido1><Apellido2>-E1.pdf, sin acentos y con la primera letra de cada palabra en mayúscula (e.g. AlvaroGutierrezMartin-E1.pdf)

-
- 1 Introducción
 - 2 Modelado analítico motor DC
 - 3 Modelado experimental motor DC**
 - 4 Reallabo
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes
 - Implementación RealLabo

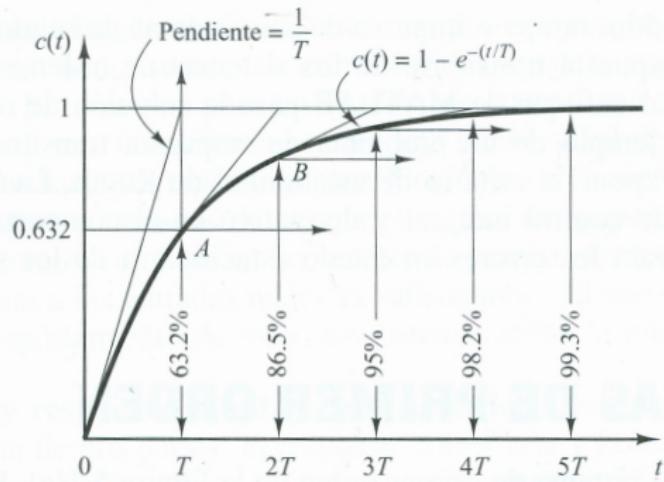


Modelado experimental

¿Cuando no hay hojas de características?

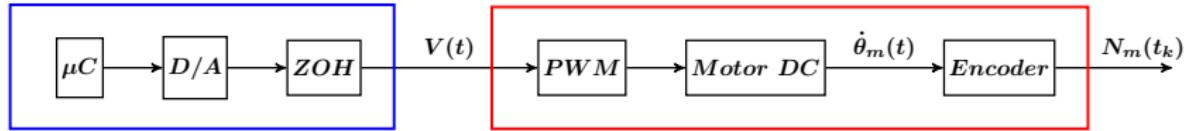
¿Cuando no hay hojas de características?

Vamos al laboratorio

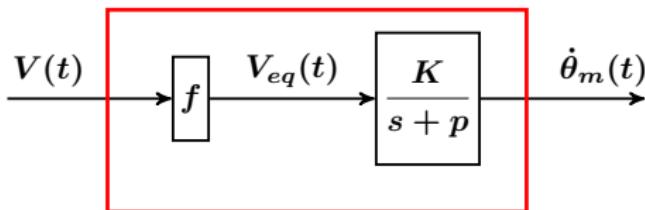


¿Cuando no hay hojas de características?

Vamos al laboratorio



$$\theta_m(t_k) = \frac{2\pi N_m(t_k)}{q}$$



P*Q experimentos con entrada escalón de diferente amplitud:

- ▶ **Primera Fase:** Obtención de las velocidades angulares ideales y reales del régimen permanente
- ▶ **Segunda Fase:** Comparación de las respuestas ideales y reales
- ▶ **Tercera Fase.: Optimización de los parámetros libres polos y ganancia.**

- **Primera Fase:** Obtención de las velocidades angulares ideales y reales del régimen permanente

```
[y,dy,t] = motorDC_trapResponse (p, K, u, t0, t1)  
[y,t] = lsim(sys,u,t)
```

- **Segunda Fase:** Comparación de las respuestas ideales y reales

```
[metric] = motorDC_joinExps (p, k, t0, t1, Q)
```

$$RMSE(y, \hat{y}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N*Q} (y_i - \hat{y}_i)^2}{N * Q}}$$

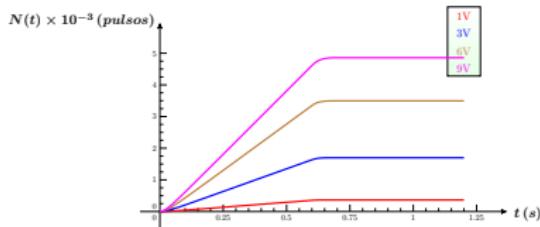
- ▶ **Tercera Fase.**: Optimización de los parámetros libres polos y ganancia.

```
x0 = [...]; %Provide values for the init vector
A = [];
b = [];
x = fmincon(@myfun,x0,A,b)
function yout = myfun(x)
    %Translate x vector into the variables you want
    %Create or call the function
end
```

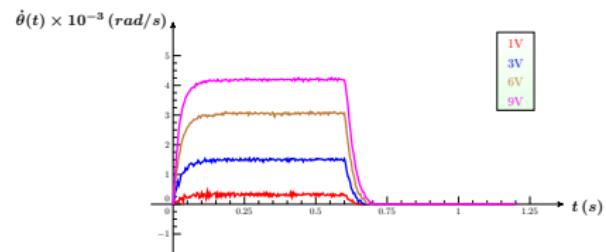
Modelado experimental - algoritmo



Fase 0



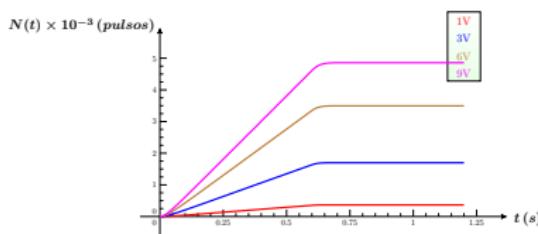
Fase 0



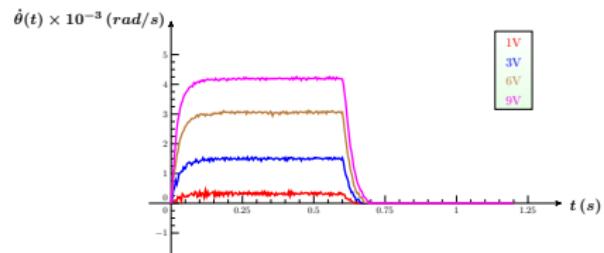
Modelado experimental - algoritmo



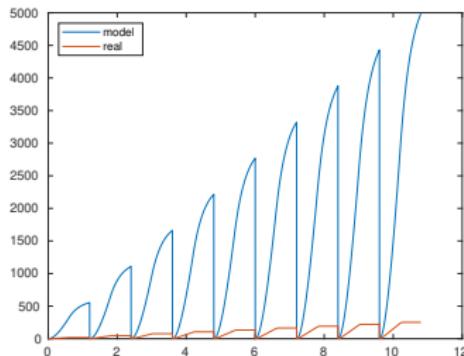
Fase 0



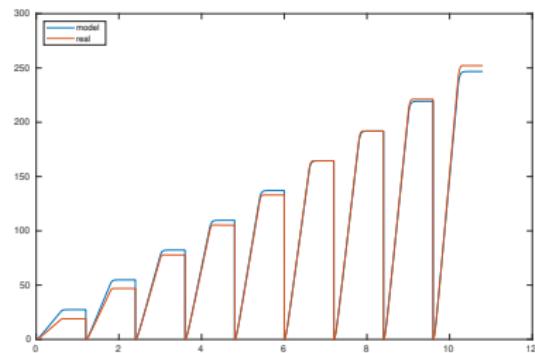
Fase 0



Fase 1

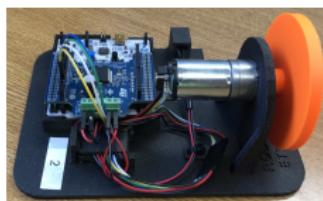
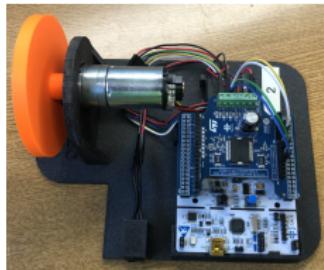


Fase 2



-
- 1 Introducción
 - 2 Modelado analítico motor DC
 - 3 Modelado experimental motor DC
 - 4 Reallabo
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes
 - Implementación RealLabo

► Puestos de laboratorio



- ▶ Alimentador 12V.
- ▶ Conjunto Motor, Encoder, Reductora:
 - ▶ Motor DC con escobillas **Pololu 25mm Metal Gearmotor LP**
 - ▶ Encoder Magnético **12 pulsos por vuelta.**
- ▶ Nucleo-STM32-F466RE
- ▶ Tarjeta de motores: X-NUCLEO-IHM04A1



www.pololu.com



www.pololu.com



www.pololu.com

-
- 1 Introducción
 - 2 Modelado analítico motor DC
 - 3 Modelado experimental motor DC
 - 4 Reallabo
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes
 - Implementación RealLabo





¡¡Código a desarrollar por el alumnado!!

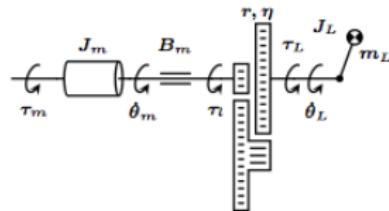
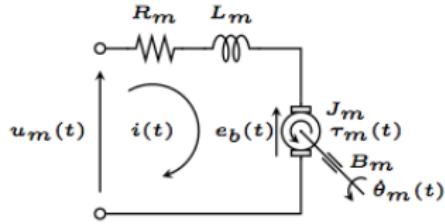
-
- 1 Introducción
 - 2 Modelado analítico motor DC
 - 3 Modelado experimental motor DC
 - 4 Reallabo
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes
 - Implementación RealLabo

Enfoque

- ▶ Implementación de los drivers necesarios para el control del motor
- ▶ Implementación de los drivers necesarios para la adquisición de datos del encoder
- ▶ Implementación del controlador

-
- 1 Introducción
 - 2 Modelado analítico motor DC
 - 3 Modelado experimental motor DC
 - 4 **Reallabo**
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes**
 - Implementación RealLabo

Motor DC



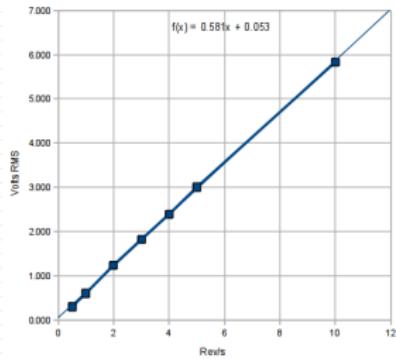
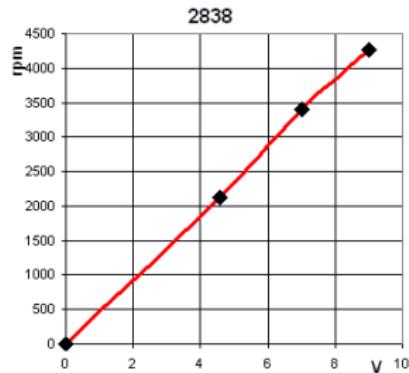
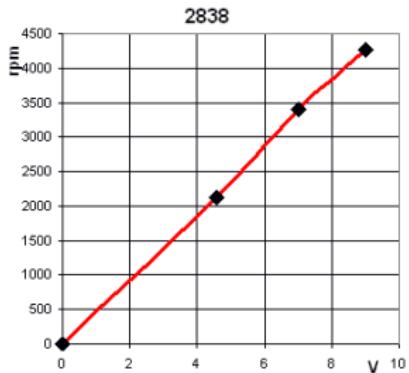
$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + e_b(t)$$

$$\tau_m(t) = J \ddot{\theta}(t) + B \dot{\theta}(t) + \tau_c(t)$$

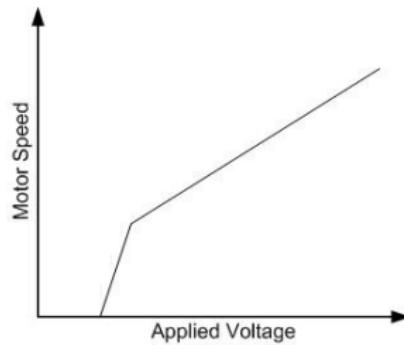
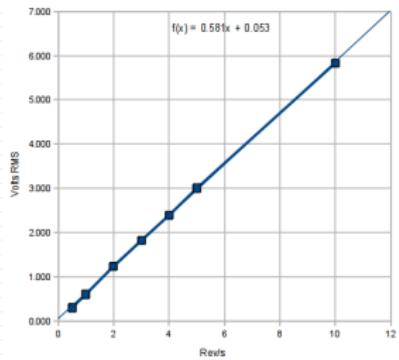
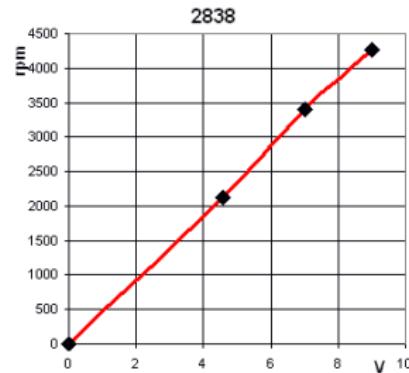
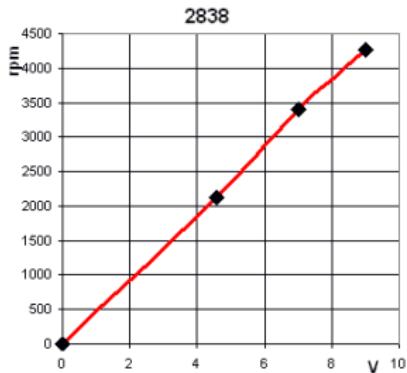
$$G(s) = \frac{k_m}{(Ls + R)(Js + B) + k_b k_m}$$

$$G(s) = \frac{K}{(s + p_1)(s + p_2)} \rightarrow G(s) = \frac{K'}{(s + p)}$$

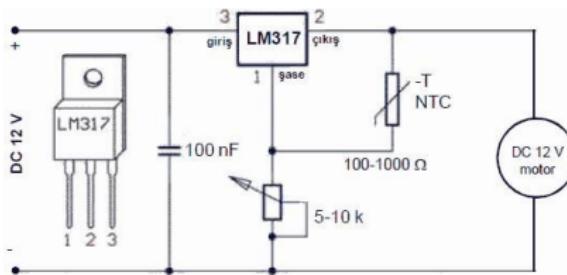
Motor DC



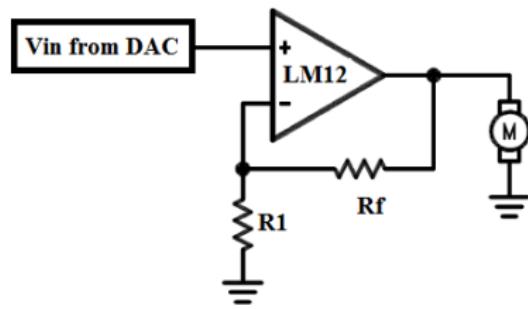
Motor DC



Etapa de Potencia

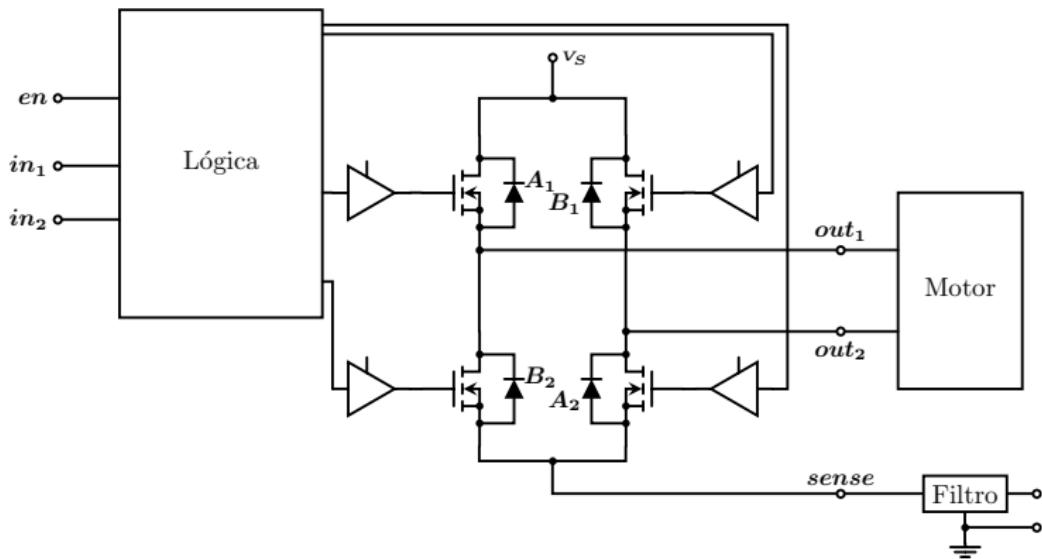


Regulador de voltaje



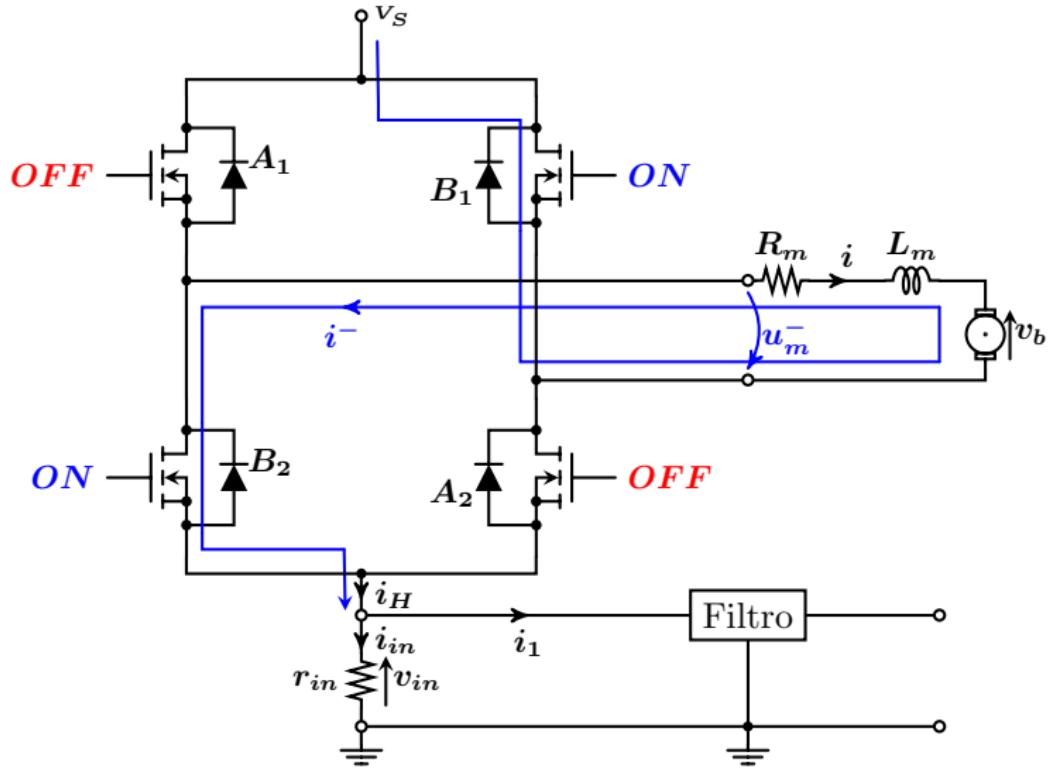
Amplificador Lineal

Etapa de Potencia

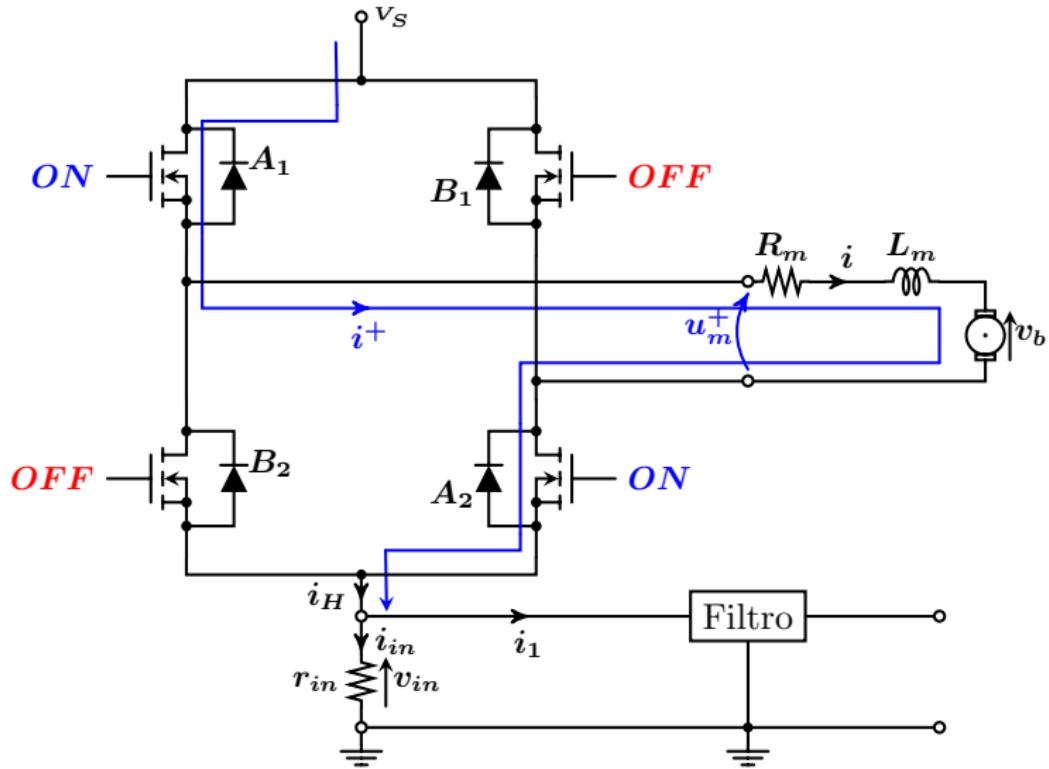


Puente en H

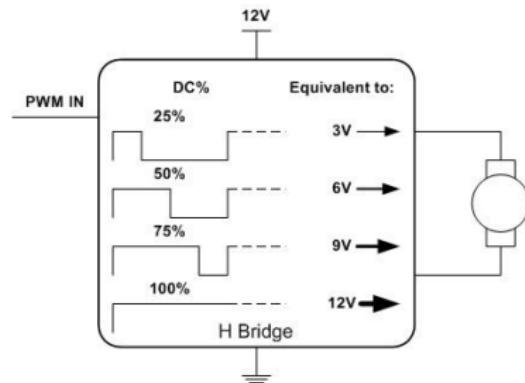
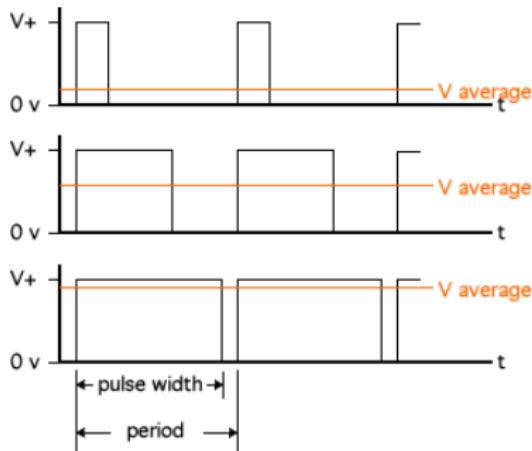
Etapa de Potencia



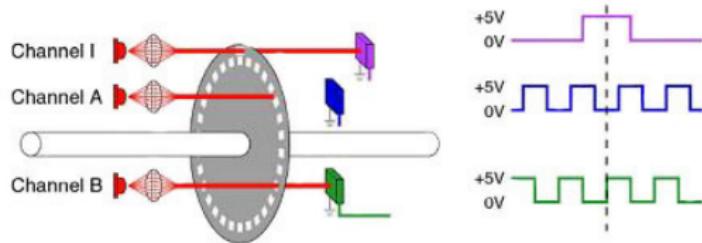
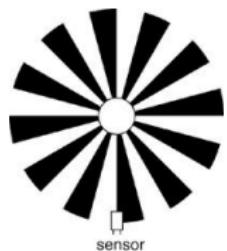
Etapa de Potencia



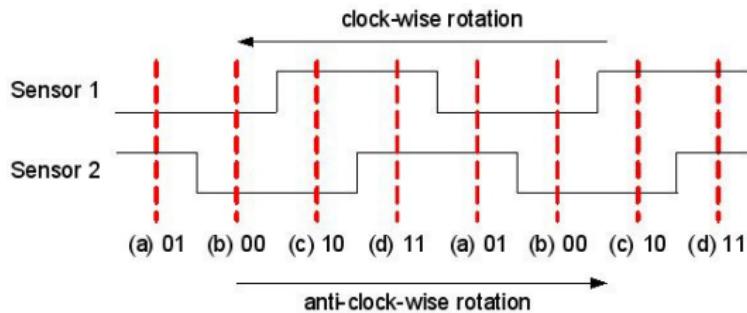
Etapa de Potencia: PWM



Encoder relativo



Relativo



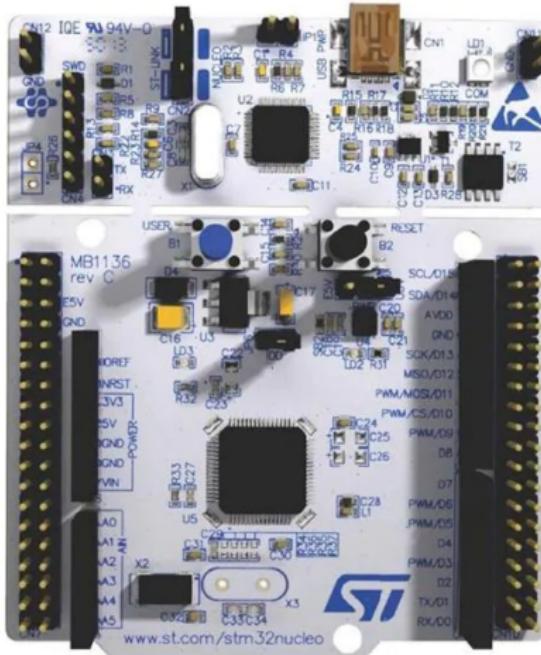
Microcontrolador



- ▶ 2 PWMs (IN1, IN2)
- ▶ 1 GPIO (ENABLE)
- ▶ 2 Interrupciones externas (Encoder)

-
- 1 Introducción
 - 2 Modelado analítico motor DC
 - 3 Modelado experimental motor DC
 - 4 Reallabo
 - Firmware
 - Enfoque
 - Componentes
 - Implementación RealLabo

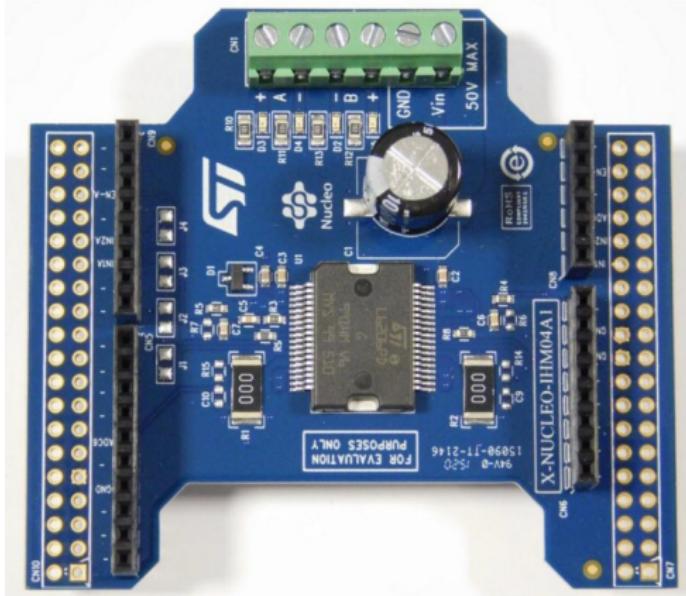
STM32



Cortex-M4 32 bits 3.3V

<https://www.st.com/en/evaluation-tools/nucleo-f446re.html>

X-NUCLEO-IHM04A1



L6206 8-52V 2.8A

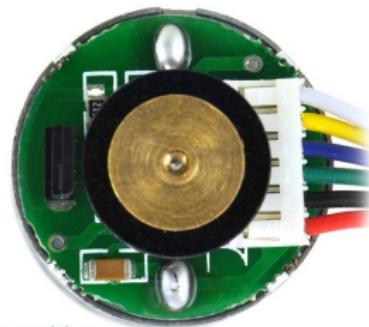
<http://www.st.com/web/catalog/tools/FM116/CL1620/SC1971/PF261981>



www.pololu.com

¿REDUCTORA?

Encoder Pololu



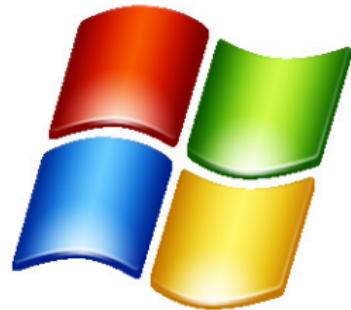
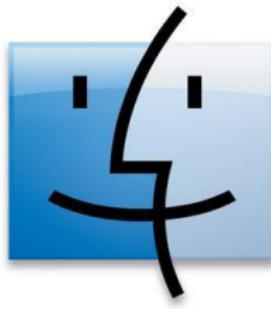
www.pololu.com

Magnetic 12 CPR 3.5-20V

Tareas

- ▶ Preparación de PCs (1 portátil por grupo)
- ▶ Instalación del STM32 IDE
- ▶ Familiarización con el entorno y tarjeta
 - ▶ Muchos recursos online
 - ▶ Test LED, Test IOs, Test Serial,...
- ▶ 2 PWMs
- ▶ 2 Señales encoder
- ▶ Extracción de datos → Serial
- ▶ Temporización (Timer)
- ▶ Modelado motor DC → $G(s)$
- ▶ Diseño controlador de posición
- ▶ Implementación controlador de posición

- Requisitos
 - Independiente del Sistema Operativo
 - 1 USB





- ▶ Descargar e instalar la última versión del IDE
- ▶ STM32 CUBE IDE
 - ▶ <https://www.st.com/en/development-tools/stm32cubeide.html>



- ▶ **Fecha límite:** 2 de abril de 2025 - 8:59
- ▶ **Contribución:** 40 %
- ▶ **Modalidad:** Grupo

Reallabo: Modelado e implementación

1. Diseño e implementación de la arquitectura software en el hardware del RealLabo
2. Modelado experimental de un motor DC con la arquitectura hardware y software implementadas
3. Análisis e implementación de un controlador para un control de posición angular

Gracias



GRACIAS!!

Gracias



GRACIAS!!